

अतः, अध्यापिका कक्षा के विद्यार्थियों को यदि ऐसे दो समूहों में विभाजित करती है, जिनमें से एक समूह में माध्य ऊँचाई से कम ऊँचाई वाले विद्यार्थी हैं और दूसरे समूह में माध्य ऊँचाई से अधिक ऊँचाई वाले विद्यार्थी हैं। तब, इन समूहों में विद्यार्थियों की संख्याएँ बराबर नहीं रहती हैं क्योंकि एक समूह में 7 सदस्य होंगे तथा दूसरे समूह में 10 सदस्य होंगे।

(ii) उसके पास दूसरा विकल्प है कि वह बहुलक ज्ञात करे। सबसे अधिक बारंबारताओं वाला प्रेक्षण 115 cm है और इसे बहुलक लिया जाएगा।

बहुलक से नीचे वाले 7 विद्यार्थी हैं तथा 10 विद्यार्थी बहुलक के बराबर या उससे ऊपर हैं। अतः, हम कक्षा के विद्यार्थियों को दो बराबर समूहों में विभाजित नहीं कर सकते।

इसलिए, आइए अब हम एक अन्य वैकल्पिक प्रतिनिधि मान या केंद्रीय प्रवृत्ति के मापक के बारे में सोचें। ऐसा करने के लिए, हम पुनः दी हुई ऊँचाइयों (cm में) को देखते हैं और इन्हें आरोही क्रम में व्यवस्थित करते हैं। हम निम्नलिखित प्रेक्षण प्राप्त करते हैं :

101, 102, 106, 109, 110, 110, 112, 115, 115, 115, 115, 115, 117, 120, 120, 123, 125

इन आँकड़ों में मध्य मान (middle value) 115 है, क्योंकि यह विद्यार्थियों को दो बराबर समूहों में विभाजित करता है जिनमें से प्रत्येक में 8 विद्यार्थी हैं। यह मान आँकड़ों का **माध्यक (median)** कहलाता है। माध्यक उस मान को बताता है, जो आँकड़ों के मध्य में स्थित होता है (उनको आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर) तथा आधे प्रेक्षण इससे अधिक मान वाले होते हैं और आधे प्रेक्षण इससे कम मान वाले होते हैं। खेल की अध्यापिका इस बीच वाले विद्यार्थी को इस खेल में निर्णायक (referee) बना सकती है।

यहाँ हम केवल उन स्थितियों को ही लेंगे, जहाँ प्रेक्षणों की संख्या विषम है।

इस प्रकार, दिए गए आँकड़ों को आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करने के बाद उनका बीचों-बीच (मध्य) वाला मान उनका **माध्यक** होता है।

ध्यान दीजिए कि सामान्यतः, हमें माध्यक और बहुलक के लिए एक ही मान नहीं मिलेगा।

आइए कुछ उदाहरणों को देखें।

उदाहरण 7 निम्नलिखित आँकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए :

24, 36, 46, 17, 18, 25, 35

हल आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर, हमें प्राप्त होता है :

17, 18, 24, 25, 35, 36, 46

मध्य (बीच) वाला प्रेक्षण माध्यक होता है। अतः, माध्यक 25 है।



प्रयास कीजिए

आपके एक मित्र ने दिए हुए आँकड़ों के माध्यक और बहुलक ज्ञात किए। उस मित्र द्वारा की गई त्रुटि, यदि कोई हो तो, बताइए और सही कीजिए:

35, 32, 35, 42, 38, 32, 34

माध्यक = 42, बहुलक = 32

प्रश्नावली 3.2

1. गणित की एक परीक्षा में, 15 विद्यार्थियों द्वारा (25 में से) प्राप्त किए गए अंक निम्नलिखित हैं:

19, 25, 23, 20, 9, 20, 15, 10, 5, 16, 25, 20, 24, 12, 20

इन आँकड़ों के बहुलक और माध्यक ज्ञात कीजिए। क्या ये समान हैं?



2. एक क्रिकेट मैच में खिलाड़ियों द्वारा बनाए गए रन इस प्रकार हैं :
6, 15, 120, 50, 100, 80, 10, 15, 8, 10, 15
इन आँकड़ों के माध्य, बहुलक और माध्यक ज्ञात कीजिए। क्या ये तीनों समान हैं?
3. एक कक्षा के 15 विद्यार्थियों के भार (kg में) इस प्रकार हैं :
38, 42, 35, 37, 45, 50, 32, 43, 43, 40, 36, 38, 43, 38, 47
(i) इन आँकड़ों के बहुलक और माध्यक ज्ञात कीजिए।
(ii) क्या इनके एक से अधिक बहुलक हैं?
4. निम्नलिखित आँकड़ों के बहुलक और माध्यक ज्ञात कीजिए :
13, 16, 12, 14, 19, 12, 14, 13, 14
5. बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य है अथवा असत्य :
(i) बहुलक आँकड़ों में से सदैव एक संख्या होता है।
(ii) माध्य दिए हुए आँकड़ों में से एक संख्या हो सकता है।
(iii) माध्यक आँकड़ों में से सदैव एक संख्या होता है।
(iv) आँकड़ों 6, 4, 3, 8, 9, 12, 13, 9 का माध्य 9 है।

3.8 भिन्न उद्देश्य के साथ दंड आलेखों का प्रयोग

पिछले वर्ष हम देख चुके हैं कि किस प्रकार एकत्रित (संग्रहित) की गई सूचनाओं को एक बारंबारता बंटन सारणी (frequency distribution table) के रूप में पहले व्यवस्थित करके और फिर इन सूचनाओं को चित्रिय रूप में चित्रालेखों (pictographs) या दंड आलेखों (bargraphs) के रूप में निरूपित किया जाता है। आप इन दंड आलेखों को देख सकते हैं और इनके बारे में निष्कर्ष निकाल सकते हैं। आप इन दंड आलेखों के आधार पर सूचनाएँ भी प्राप्त कर सकते हैं। उदाहरणार्थ, आप कह सकते हैं कि सबसे लंबा दंड (bar) ही बहुलक है, यदि दंड बारंबारता निरूपित करता है।

3.8.1 एक स्केल (या मापदंड) का चुनना

हम जानते हैं कि दंड आलेख समान चौड़ाई के दंडों द्वारा संख्याओं (आँकड़ों) का निरूपण है तथा दंडों की लंबाइयाँ बारंबारताओं और चुने गए स्केल (scale) पर निर्भर करती हैं। उदाहरणार्थ, एक दंड आलेख में, जहाँ संख्याओं को इकाइयों में दर्शाना है, आलेख एक प्रेक्षण के लिए एक इकाई लंबाई निरूपित करता है और यदि उसे संख्याओं को दहाई या सैकड़ों में दर्शाना है, तो एक इकाई लंबाई 10 या 100 प्रेक्षणों को निरूपित कर सकती है। निम्नलिखित उदाहरणों पर विचार कीजिए:

उदाहरण 8 छठी और सातवीं कक्षाओं के 200 विद्यार्थियों से उनके मनपसंद रंग का नाम बताने के लिए कहा गया, ताकि यह निर्णय लिया जा सके कि उनके स्कूल के भवन का क्या रंग रखा जाए। इसके परिणाम निम्नलिखित सारणी में दर्शाए गए हैं। इन आँकड़ों को एक दंड आलेख द्वारा निरूपित कीजिए।

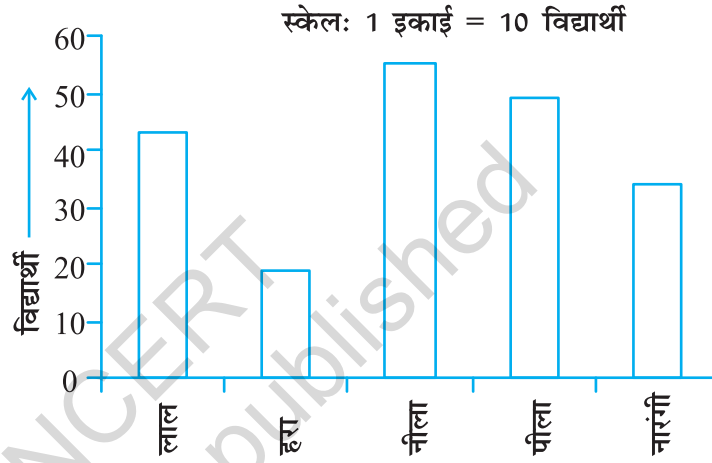
मनपसंद रंग	लाल	हरा	नीला	पीला	नारंगी
विद्यार्थियों की संख्या	43	19	55	49	34

इस दंड आलेख की सहायता से निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- कौन-सा रंग सबसे अधिक पसंद किया जाता है और कौन-सा रंग सबसे कम पसंद किया जाता है?
- कुल कितने रंग हैं? वे क्या हैं?

हल एक उपयुक्त पैमाना नीचे दर्शाए अनुसार चुनिए :

स्केल को 0 से प्रारंभ कीजिए। आँकड़ों में सबसे बड़ा मान 55 है। अतः, स्केल को 55 से कुछ अधिक, मान लीजिए 60 पर समाप्त करते हैं। अक्ष पर समान विभाजनों (divisions) का प्रयोग कीजिए, जैसे कि 10 की वृद्धियाँ। आप जानते हैं कि सभी दंड (bars) 0 और 60 के बीच स्थित होंगे। हम स्केल को इस प्रकार चुनेंगे, ताकि 0 और 60 के बीच की लंबाई न तो अधिक छोटी हो और न ही अधिक बड़ी हो। यहाँ, हम 1 इकाई = 10 विद्यार्थी लेते हैं।



फिर हम आकृति में दर्शाए अनुसार, दंड आलेख को खींचते और नामांकित करते हैं।

दंड आलेख से हम निष्कर्ष निकालते हैं कि

- नीला रंग सबसे मनपसंद रंग है (क्योंकि नीले रंग को निरूपित करने वाला दंड सबसे लंबा है)
- हरा रंग सबसे कम मनपसंद रंग है (क्योंकि हरे रंग को निरूपित करने वाला दंड सबसे छोटा है)।
- यहाँ पांच रंग हैं। ये हैं लाल, हरा, नीला, पीला और नारंगी (ये क्षेत्रीय अक्ष पर देखे जा सकते हैं)।

उदाहरण 9 निम्नलिखित आँकड़े किसी कक्षा के छः विद्यार्थियों द्वारा (600 में से) प्राप्त किए गए कुल अंकों को दर्शाते हैं। इन्हें एक दंड आलेख द्वारा निरूपित कीजिए।

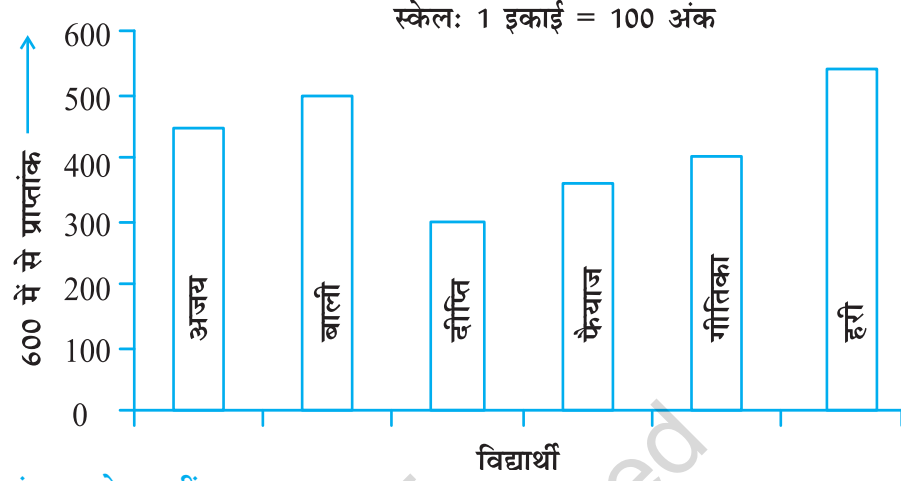
विद्यार्थी	अजय	बाली	दीप्ति	फैयाज	गीतिका	हरी
प्राप्तांक	450	500	300	360	400	540

हल

- एक उपयुक्त स्केल चुनने के लिए, हम 100 की वृद्धियाँ लेते हुए, समान विभाजन अक्ष पर अंकित करते हैं। इस प्रकार, 1 इकाई 100 अंक निरूपित करेगी। (यदि हम 1 इकाई से 10 अंकों को निरूपित करें, तो क्या कठिनाई होगी?)



2. अब आँकड़ों को दंड आलेख द्वारा निरूपित कीजिए।



दोहरे दंड आलेख खींचना

आँकड़ों के निम्नलिखित दो समूहों पर विचार कीजिए, जो दो नगरों, आबेरदीन और मारगेट में, वर्ष के सभी बारह महीनों के लिए, धूप रहने के औसत दैनिक घंटों को दर्शाते हैं। ये नगर दक्षिणी ध्रुव के निकट स्थित हैं और इसीलिए यहाँ प्रतिदिन धूप बहुत कम घंटों के लिए रहती है।

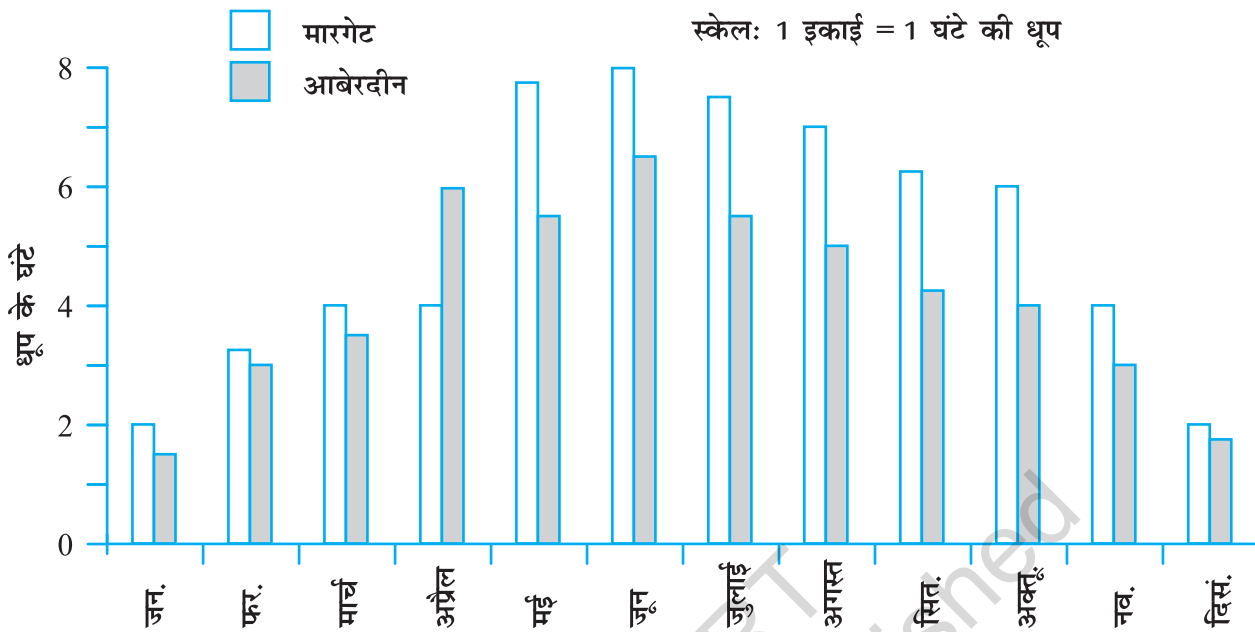


मारगेट में												
	जन.	फर.	मार्च.	अप्रैल	मई	जून	जुलाई	अग.	सितं.	अक्तू.	नव.	दिसं.
धूप के औसत घंटे	2	$3\frac{1}{4}$	4	4	$7\frac{3}{4}$	8	$7\frac{1}{2}$	7	$6\frac{1}{4}$	6	4	2
आबेरदीन में												
धूप के औसत घंटे	$1\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	6	$5\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	5	$4\frac{1}{2}$	4	3	$1\frac{3}{4}$

इनके अलग-अलग दंड आलेख खींच कर आप निम्नलिखित प्रकार के प्रश्नों के उत्तर दे सकते हैं:

- प्रत्येक नगर में, किस महीने में अधिकतम धूप रहती है? या
- प्रत्येक नगर में, किस महीने में न्यूनतम धूप रहती है?

परंतु 'एक विशेष महीने में, किस नगर में धूप अधिक घंटों तक रहती है?' जैसे प्रश्नों के उत्तर देने के लिए, हमें दोनों नगरों के औसत धूप के घंटों की तुलना करने की आवश्यकता होगी। इसके लिए हम उन आलेखों को खींचना सीखेंगे, जिन्हें दोहरे दंड आलेख (double bar graphs) कहा जाता है। इनमें दोनों नगरों की सूचना दंड आलेखों द्वारा साथ-साथ दी हुई होती है।

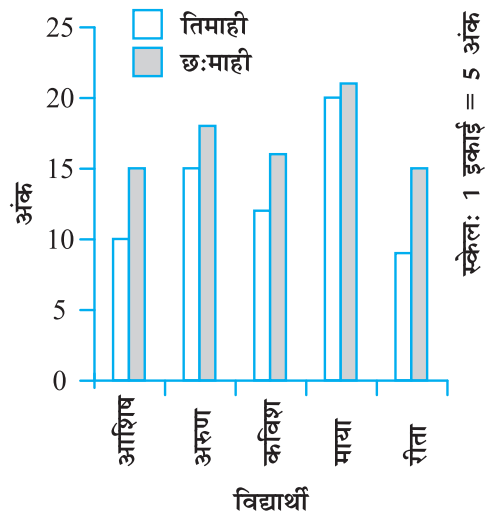


आकृति 3.1

उपरोक्त दंड आलेख (आकृति 3.1) दोनों नगरों के औसत धूप के समय को दर्शाता है। इसमें प्रत्येक महीने के लिए, हमारे पास दो दंड हैं, जिनकी ऊँचाइयाँ प्रत्येक नगर के औसत धूप के घंटों को दर्शाती हैं। इससे हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि अप्रैल के महीने को छोड़कर, अन्य सभी महीनों में मारगेट में आबेरदीन की अपेक्षा धूप सदैव अधिक रहती है। आप इसी प्रकार का दंड आलेख अपने क्षेत्र या नगर के लिए भी बना सकते हैं।
आइए एक और उदाहरण लें, जो हम से अधिक संबंधित है।

उदाहरण 10 गणित की अध्यापिका यह जानना चाहती है कि तिमाही परीक्षा के बाद, उसके द्वारा पढ़ाई में अपनाई गई नई तकनीक का कोई प्रभाव पड़ा या नहीं। वह सबसे कमजोर 5 बच्चों द्वारा तिमाही परीक्षा (25 में से) और छःमाही परीक्षा (25 में से) में प्राप्त किए अंकों को लेती है, जो इस प्रकार हैं :

विद्यार्थी	आशिष	अरुण	कविश	माया	रीता
तिमाही	10	15	12	20	9
छःमाही	15	18	16	21	15



हल पहले वह संलग्न आकृति में दर्शाए अनुसार एक दोहरा दंड आलेख (double bar graph) खींचती है। दंडों को देख कर लगता है कि विद्यार्थियों के प्रदर्शन में बहुत सुधार हुआ है। अतः, वह निर्णय लेती है कि उसे अपनी नई शिक्षण तकनीक जारी रखनी चाहिए।

क्या आप कुछ अन्य स्थितियों के बारे में सोचते हैं, जहाँ आप दोहरे दंड आलेखों का प्रयोग कर सकते हैं?

प्रयास कीजिए

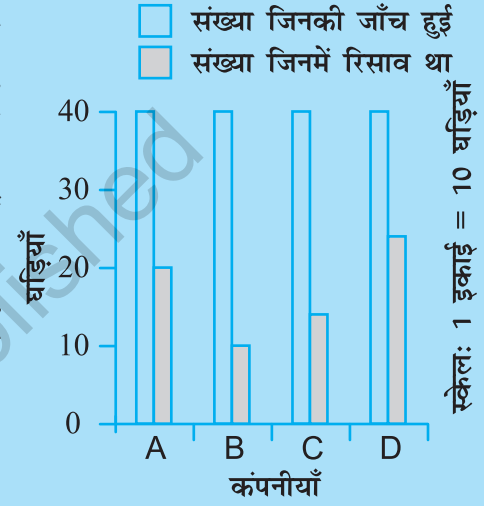


- दिया हुआ दंड आलेख (आकृति 3.2), विभिन्न कंपनियों द्वारा बनाई गई जल प्रतिरोधी (Water resistant) घड़ियों की जाँच के लिए किए गए एक सर्वेक्षण को दर्शाता है। इनमें से प्रत्येक कंपनी ने यह दावा किया कि उनकी घड़ियाँ जल प्रतिरोधी हैं। एक जाँच के बाद उपरोक्त परिणाम प्राप्त हुए हैं।

- क्या आप प्रत्येक कंपनी के लिए, रिसाव (Leak) वाली घड़ियों की संख्या की, जाँच की गई कुल घड़ियों की संख्या से भिन्न बना सकते हैं?
- इसके आधार पर आप क्या बता सकते हैं कि किस कंपनी की घड़ियाँ बेहतर हैं?

- वर्षों 1995, 1996, 1997 और 1998 में, अंग्रेज़ी और हिंदी की पुस्तकों की बिक्री नीचे दी गई हैं :

	1995	1996	1997	1998
अंग्रेज़ी	350	400	450	620
हिंदी	500	525	600	650



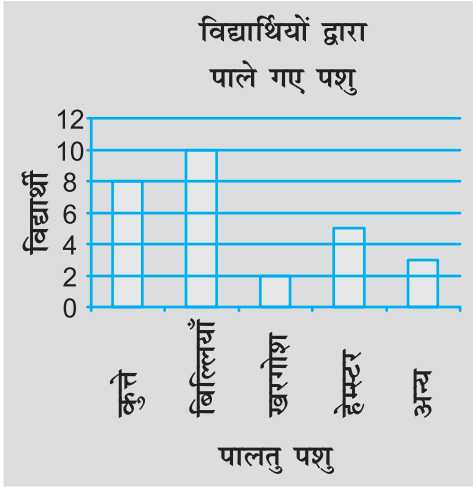
एक दोहरा दंड आलेख खींचिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- किस वर्ष में दोनों भाषाओं की पुस्तकों की बिक्री का अंतर न्यूनतम था?
- क्या आप कह सकते हैं कि अंग्रेज़ी की पुस्तकों की माँग में तेज़ी से वृद्धि हुई है? इसका औचित्य समझाइए।

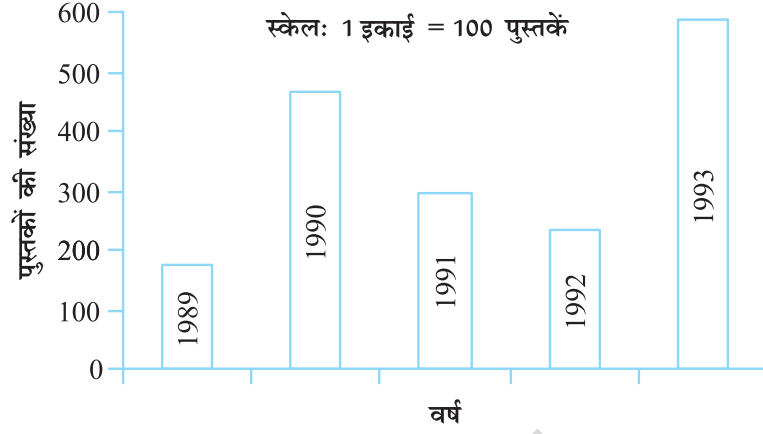
प्रश्नावली 3.3



- निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर देने के लिए, आकृति 3.3 में दिए दंड आलेख का प्रयोग कीजिए :
 - कौन-सा पालतू पशु अधिक लोकप्रिय है?
 - कितने विद्यार्थियों का पालतू पशु कुत्ता है?
- निम्नलिखित दंड आलेख को पढ़िए जो एक पुस्तक भंडार द्वारा 5 क्रमागत वर्षों में बेची गई पुस्तकों की संख्या दर्शाती है, और आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।
 - वर्षों 1989, 1990 और 1992 में से प्रत्येक में लगभग कितनी पुस्तकें बेची गईं?
 - किस वर्ष में लगभग 475 पुस्तकें बेची गईं? किस वर्ष में लगभग 225 पुस्तकें बेची गईं?
 - किन वर्षों में 250 से कम पुस्तकें बेची गईं?
 - क्या आप स्पष्ट कर सकते हैं कि आप वर्ष 1989 में बेची गई पुस्तकों का आकलन किस प्रकार करेंगे?



आकृति 3.3



आकृति 3.4

3. छः विभिन्न कक्षाओं के विद्यार्थियों की संख्याएँ नीचे दी गई हैं। इन आँकड़ों को एक दंड आलेख द्वारा निरूपित कीजिए:

कक्षा	पाँचवीं	छठी	सातवीं	आठवीं	नौवीं	दसवीं
विद्यार्थियों की संख्या	135	120	95	100	90	80

- (a) आप स्केल किस प्रकार चुनेंगे?
 (b) निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :
 (i) किस कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या अधिकतम है? किस कक्षा में न्यूनतम है?
 (ii) कक्षा 6 के विद्यार्थियों की संख्या का कक्षा 8 के विद्यार्थियों की संख्या से अनुपात ज्ञात कीजिए।
4. एक विद्यार्थी के प्रथम सत्र और द्वितीय सत्र का प्रदर्शन दिया हुआ है। एक उपयुक्त स्केल चुनकर एक दोहरा दंड आलेख खींचिए और दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

विषय	अंग्रेज़ी	हिन्दी	गणित	विज्ञान	सामाजिक विज्ञान
प्रथम सत्र (अधिकतम अंक 100)	67	72	88	81	73
द्वितीय सत्र (अधिकतम अंक 100)	70	65	95	85	75

- (i) किस विषय में विद्यार्थी ने अपने प्रदर्शन में सबसे अधिक सुधार किया है?
 (ii) किस विषय में सुधार सबसे कम है?
 (iii) क्या किसी विषय में प्रदर्शन नीचे गिरा है?
5. किसी कॉलोनी में किए गए सर्वेक्षण से प्राप्त निम्नलिखित आँकड़ों पर विचार कीजिए :

पसंदीदा खेल	क्रिकेट	बॉस्केट बॉल	तैरना	हॉकी	खेलकूद
देखना	1240	470	510	430	250
भाग लेना	620	320	320	250	105



- (i) एक उपयुक्त स्केल चुनकर, एक दोहरा दंड आलेख खींचिए।
इस दंड आलेख से आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं?
- (ii) कौन-सा खेल अधिक लोकप्रिय है?
- (iii) खेलों को देखना अधिक पसंद किया जाता है या उनमें भाग लेना?
6. इस अध्याय के प्रारंभ में, दिए हुए विभिन्न नगरों के न्यूनतम और अधिकतम तापमानों के आँकड़ों (सारणी 3.1) को लीजिए। इन आँकड़ों का एक दोहरा दंड आलेख खींच कर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :
- (i) दी हुई तिथि पर किस नगर के न्यूनतम और अधिकतम तापमान का अंतर सबसे अधिक है?
- (ii) कौन-सा नगर सबसे गर्म है और कौन-सा नगर सबसे ठंडा है।
- (iii) ऐसे दो नगरों के नाम लिखिए, जिनमें से एक का अधिकतम तापमान दूसरे के न्यूनतम तापमान से कम था।
- (iv) उस नगर का नाम लिखिए, जिसके न्यूनतम और अधिकतम तापमानों का अंतर सबसे कम है।

3.9 संयोग और प्रायिकता

2 प्रयास कीजिए

कुछ स्थितियों के बारे में सोचिए, जिनमें कम से कम तीन ऐसी हों जिनका घटित होना निश्चित हो, कुछ ऐसी जिनका घटित होना असंभव हो तथा कुछ ऐसी जो हो भी सकती हों और न भी हो सकती हों, अर्थात् जिनके होने का कुछ संयोग (chance) या संभावना हो।

ये शब्द प्रायः हमारे जीवन में देखने में आते हैं। हम प्रायः कहते हैं, 'आज वर्षा होने की संभावना (या संयोग) नहीं है' तथा यह भी कहते हैं कि 'यह बहुत कुछ संभव है कि भारत विश्व कप जीतेगा।' आइए इन शब्दों को कुछ अधिक समझने का प्रयत्न करें। निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

- (i) सूर्य पश्चिम से निकलता है।
- (ii) एक चींटी की ऊँचाई 3 m हो जाती है।
- (iii) यदि आप एक बड़े आयतन वाला घन लेंगे, तो उसकी भुजा भी बड़ी होगी।
- (iv) यदि आप बड़े क्षेत्रफल का एक वृत्त लेंगे, तो उस वृत्त की त्रिज्या भी बड़ी होगी।
- (v) भारत अगली टेस्ट श्रृंखला जीतेगा।

यदि आप उपरोक्त कथनों को देखेंगे, तो आप कहेंगे कि पश्चिम से सूर्य का निकलना असंभव (impossible) है, एक चींटी की ऊँचाई 3 m होना भी संभव नहीं है। इसके विपरीत, यदि वृत्त बड़े क्षेत्रफल का है, तो उसकी त्रिज्या बड़ी होना निश्चित (certain) है। यही बात आप घन के बड़े आयतन और उसकी भुजा के बारे में कह सकते हैं। दूसरी ओर, भारत अगली टेस्ट श्रृंखला जीत भी सकता है और हार भी सकता है। दोनों ही संभव हैं।

3.9.1 संयोग

यदि आप एक सिक्के को उछालें, तो क्या आप सदैव इसकी सही प्रागुक्ति (prediction) कर सकते हैं कि क्या प्राप्त होगा? प्रत्येक बार सिक्के को उछालकर उससे प्राप्त होने वाले परिणाम की प्रागुक्ति कीजिए। अपने प्रेक्षण निम्नलिखित सारणी के रूप में लिखिए :

उछाल संख्या	प्रागुक्ति	परिणाम

ऐसा 10 बार करिए। प्राप्त परिणामों (outcomes) को देखिए। क्या आप इनमें कोई पैटर्न देखते हैं? प्रत्येक उछाल के बाद आपको क्या प्राप्त होता है? क्या आपको सदैव चित (head) ही प्राप्त होता है? इन प्रेक्षणों को 10 और उछालों के लिए दोहराइए और प्रेक्षणों को सारणी में लिखिए।

आप देखेंगे कि ये प्रेक्षण कोई स्पष्ट प्रतिरूप (pattern) नहीं दर्शाते हैं। नीचे दी गई सारणी में, हम सुशीला और सलमा द्वारा 25 उछालों से प्राप्त प्रेक्षणों को दे रहे हैं। यहाँ, H चित को निरूपित करता है तथा T पट (tail) को निरूपित करता है।

उछाल संख्या	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
परिणाम	H	T	T	H	T	T	T	H	T	T	H	H	H	H	H
उछाल संख्या	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25					
परिणाम	T	T	H	T	T	T	T	T	T	T					



ये आँकड़ें आपको क्या बताते हैं? क्या आप चित और पट के लिए कोई प्रागुक्तीय प्रतिरूप (predictable pattern) ज्ञात कर सकते हैं? स्पष्ट है, यहाँ चित और पट के आने का कोई निश्चित प्रतिरूप नहीं है। जब आप प्रत्येक बार सिक्के को उछालते हैं, तो प्रत्येक उछाल का परिणाम चित या पट में से कोई भी एक हो सकता है। यह संयोग (chance) की बात है कि एक विशेष उछाल में आपको इनमें से कोई एक प्राप्त हो।

उपरोक्त आँकड़ों में प्राप्त किए गए चितों की संख्या और पटों की संख्या गिनिए। सिक्के को कई बार उछालिए और रिकॉर्ड करते जाइए कि आपको क्या प्राप्त हो रहा है। यह ज्ञात कीजिए कि आपको कितनी बार चित प्राप्त हुआ और कितनी बार पट प्राप्त हुआ।

आपने एक पासे (die) के साथ भी अवश्य खेला होगा। एक पासे में छः फलक (faces) होते हैं। जब आप एक पासे को फेंकते हैं, तो क्या आप प्राप्त होने वाली संख्या की प्रागुक्ति कर सकते हैं?

लूडो (Ludo) या 'साँप और सीढ़ी' का खेल खेलते समय, आपने यह कामना अवश्य की होगी कि एक विशेष फेंक में एक विशेष संख्या परिणाम के रूप में प्राप्त हो।

क्या पासा सदैव आपकी कामनाओं के अनुसार कार्य करता है? एक पासा लीजिए, उसे 150 बार फेंकिए तथा प्राप्त परिणामों को निम्नलिखित सारणी में भरिए :

पासे की लिखित संख्या	मिलान चिह्न	संख्या कितनी बार प्राप्त हुई
1		
2		

प्रत्येक बार परिणाम प्राप्त होने पर, उपयुक्त संख्या के सम्मुख एक मिलान चिह्न (tally mark) लगाइए। उदाहरणार्थ, पहली फेंक (throw) में 5 आने पर 5 के सम्मुख एक मिलान चिह्न लगाइए। अगली बार आपको संख्या 1 प्राप्त होती है। तब, 1 के सम्मुख एक मिलान चिह्न लगाइए। उपयुक्त

संख्याओं के लिए मिलान चिह्न लगाते रहिए। इस प्रक्रिया को 150 बार करिए तथा 150 बार फेंकों के लिए, प्रत्येक परिणाम की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।

उपरोक्त आँकड़ों से एक दंड आलेख बनाइए, जिसमें यह दर्शाया गया हो कि परिणाम 1, 2, 3, 4, 5 और 6 कितनी बार आए हैं।

प्रयास कीजिए



(इसे समूह में कीजिए)

1. एक सिक्के को 100 बार उछालिए और ज्ञात कीजिए कि चित कितनी बार आया है तथा पट कितनी बार आया है।
2. आफताब ने एक पासे को 250 बार फेंका और निम्नलिखित सारणी प्राप्त की:

पासे पर संख्या	मिलान चिह्न
1	
2	
3	
4	
5	
6	

इन आँकड़ों के लिए एक दंड आलेख खींचिए।

3. एक पासे को 100 बार फेंकिए तथा परिणामों को रिकॉर्ड कीजिए। ज्ञात कीजिए कि 1, 2, 3, 4, 5 और 6 कितनी-कितनी बार आए हैं।

प्रायिकता क्या है?

जब हम किसी सिक्के को उछालते हैं, तो हम जानते हैं कि इसके दो संभव परिणाम चित या पट हैं। साथ ही, एक पासे को फेंकने पर 6 संभव परिणाम हैं। अपने अनुभव से, हम यह भी जानते हैं कि एक सिक्के के लिए, चित या पट का प्राप्त करना एक समप्रायिक (equally likely) घटना है। हम कहते हैं कि एक चित आने की प्रायिकता (probability) $\frac{1}{2}$ है तथा एक पट आने की प्रायिकता भी $\frac{1}{2}$ है। पासे फेंकने पर 1, 2, 3, 4, 5 या 6 के आने की संभावनाएँ बराबर हैं। अर्थात् पासे के लिए 6 समप्रायिक संभव परिणाम हैं। हम कहते हैं कि 1, 2, 3, 4, 5 और 6 में से प्रत्येक के आने की प्रायिकता $(\frac{1}{6})$ है।

इसके बारे में, हम अगली कक्षाओं में अध्ययन करेंगे। परंतु अब तक जो हमने किया है, उससे स्पष्ट है कि कई संभावनाओं वाली घटना की प्रायिकता 0 और 1 के बीच में होती है। जिनके

प्रयास कीजिए

ऐसी पाँच स्थितियाँ बनाइए या सोचिए, जिनमें परिणामों के संयोग बराबर न हों, अर्थात् वे समप्रायिक न हों।

घटित होने का कोई संयोग या संभावना नहीं है, उनकी प्रायिकता 0 होती है तथा जिनको निश्चित रूप से घटित होना है, उनकी प्रायिकता 1 होती है।

एक स्थिति दिए रहने पर, हमें विभिन्न संभव परिणामों को समझने तथा प्रत्येक परिणाम के संभावित संयोग के अध्ययन की आवश्यकता होती है। यह संभव है कि सिक्के और पासे की स्थिति के विपरीत ऐसे भी परिणाम हों जिनके घटित होने के संयोग बराबर न हों, अर्थात् वे समप्रायिक न हों। उदाहरणार्थ, यदि एक बर्तन में 15 लाल गेंदे हों और 9 सफ़ेद गेंदे हों और इसमें से एक गेंद बिना देखे निकाली जाती है। तब,

लाल गेंद प्राप्त करने का संयोग बहुत अधिक है। क्या आप देख सकते हैं कि क्यों? लाल गेंद प्राप्त करने का संयोग सफ़ेद गेंद प्राप्त करने के संयोग का कितने गुना है? ध्यान दीजिए इन दोनों की प्रायिकताएँ 0 और 1 के बीच में हैं?

प्रश्नावली 3.4

- बताइए कि निम्नलिखित में किसका होना निश्चित है, किसका होना असंभव है तथा कौन हो भी सकता है, परंतु निश्चित रूप से नहीं :
 - आज आप कल से अधिक आयु के हैं।
 - एक सिक्के को उछालने पर चित आएगा।
 - एक पासे को फेंकने पर 8 आएगा।
 - अगली ट्रैफिक लाइट हरी दिखेगी।
 - कल बादल घिरे होंगे।
- एक डिब्बे में 6 कँचे हैं, जिन पर 1 से 6 संख्याएँ अंकित हैं।
 - संख्या 2 वाले कँचे को इसमें से निकालने की प्रायिकता क्या है?
 - संख्या 5 वाले कँचे को इसमें से निकालने की प्रायिकता क्या है?
- यह निर्णय लेने के लिए कि कौन-सी टीम खेल प्रारंभ करेगी, एक सिक्का उछाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि आपकी टीम खेल प्रारंभ करेगी?



हमने क्या चर्चा की?

- आँकड़ों के संग्रह, रिकॉर्डिंग और प्रस्तुतीकरण से हमें अपने अनुभवों को संगठित करने तथा आँकड़ों से निष्कर्ष निकालने में सहायता मिलती है।
- आँकड़ों को इकट्ठा करने से पहले, हमें यह जान लेना चाहिए कि हम इनका उपयोग किस कार्य में करेंगे।
- एकत्रित किए गए आँकड़ों को एक उपयुक्त सारणी के रूप में संगठित किए जाने की आवश्यकता होती है, ताकि ये सरलता से समझने के योग्य हों और इनकी व्याख्या की जा सके।

4. औसत एक ऐसी संख्या है, जो दिए हुए प्रेक्षणों के समूह (या आँकड़ों) का प्रतिनिधित्व करता है या उनकी केंद्रीय प्रवृत्ति को दर्शाता है।
5. अंकगणितीय माध्य आँकड़ों का एक प्रतिनिधि मान है।
6. बहुलक केंद्रीय प्रवृत्ति या प्रतिनिधि मान का एक अन्य रूप है। प्रेक्षणों के एक समूह का बहुलक वह प्रेक्षण है जो सबसे अधिक बार आता है।
7. माध्यक भी एक प्रकार का प्रतिनिधि मान है। यह उस मान को दर्शाता है, जो प्रेक्षण के मध्य (बीच) में होता है (उन्हें आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करने के बाद) तथा आधे प्रेक्षण इसके ऊपर होते हैं और आधे प्रेक्षण इसके नीचे होते हैं।
8. इकट्ठे किए आँकड़ों को बारंबारता बंटन सारणी की सहायता से चित्रिय रूप से दंड आलेखों के रूप में दर्शाया जा सकता है। दंड आलेख संख्याओं या आँकड़ों का समान चौड़ाई वाले दंडों द्वारा एक चित्रिय निरूपण है।
9. हमने यह भी सीखा है कि एक दोहरा दंड आलेख किस प्रकार खींचा जाता है। यह एक ही दृष्टि में, प्रेक्षणों के दो समूहों की तुलना करने में सहायक रहता है।
10. हमारे दैनिक जीवन में, ऐसी स्थितियाँ हैं जो निश्चित रूप से होती हैं, कुछ ऐसी हैं जिनका होना संभव नहीं है तथा कुछ ऐसी हैं जो हो भी सकती हैं और नहीं भी हो सकती। ऐसी स्थिति को सदैव घटित होने का संयोग होता है जो घटित हो भी सकती है या नहीं भी हो सकती है।

